ELEMENTI DI FLUIDODINAMICA: RESISTENZA AL MOTO DEI FLUIDI NEI CONDOTTI E PERDITE DI CARICO

L'equazione che esprime il Teorema di Bernoulli nel caso di un fluido ideale (ipotesi di moto stazionario, fluido incomprimibile e non viscoso) può essere scritta nella seguente forma:

$$p_1 + \rho v_1^2/2 + \rho g y_1 = p_2 + \rho v_2^2/2 + \rho g y_2 \qquad \text{(Pa)}$$

dove:

- $\mathbf{p}$ rappresenta la pressione del fluido nella sezione in esame;
- $\rho v^2/2$ rappresenta l'energia cinetica per unità di volume (pressione dinamica) nella sezione in esame;
- $\rho g y$ rappresenta l'energia potenziale gravitazionale per unità di volume (pressione idrostatica) nella sezione in esame.

L'equazione di Bernoulli è di capitale importanza nella fluidodinamica e rappresenta un caso particolare della più generale equazione del bilancio dell'energia meccanica applicata ad un fluido ideale in moto, in cui siano nulle le resistenze al moto del fluido stesso dovute alla viscosità, denominate R. Più in generale tale equazione, considerando il caso di un fluido viscoso in moto ed in assenza di macchine motrici (pompe, ventilatori, ecc.), prendendo quindi in considerazione anche le resistenze R, assume la seguente forma:

$$(p_1 - p_2) + \rho\,(v_1^2 - v_2^2)/2 + \rho g (y_1 - y_2) + R_{12} = 0 \qquad \text{(Pa)}$$

dove:

– $(p_1 - p_2)$ rappresenta la variazione delle pressioni p che si verificano nelle due sezioni in esame, 1 e 2;
– $\rho\,(v_1^2 - v_2^2)/2$ rappresenta la variazione di energia cinetica per unità di volume tra le due sezioni in esame, 1 e 2;
– $\rho g(y_1 - y_2)$ rappresenta la variazione di energia potenziale gravitazionale per unità di volume attribuibile alla diversa quota, y, delle sezioni rispetto a un comune piano di riferimento;
– R_{12} rappresenta l'energia dissipata per attrito, ovvero il lavoro specifico per unità di volume fatto dal fluido per vincere le forze di attrito causate dalla viscosità, nel passaggio dalla sezione 1 alla sezione 2. Tale termine prende il nome di **perdita di carico.**

La determinazione delle resistenze al moto per attrito R, dette perdite di carico, avviene suddividendo le stesse in distribuite e localizzate. Le perdite di carico **distribuite Rc** sono riferite all'attrito viscoso che si esercita fra le particelle aventi diversa velocità a causa dell'aderenza tra il fluido e la superficie del condotto, e che si hanno lungo tutto il percorso, per questo motivo sono anche denominate perdite di carico **continue**.

Le perdite di carico **localizzate** o **accidentali Ra** sono dovute all'energia dissipata a causa degli urti tra le particelle che si verificano in presenza delle turbolenze del moto generate dalla presenza di accidentalità lungo il percorso del fluido; le perdite di carico localizzate si hanno in presenza di variazioni di direzione o di sezione del condotto, oppure per la presenza di batterie, filtri, serrande, etc.

In generale, le perdite di carico sono funzione della velocità del fluido, e quindi del regime di moto determinato in funzione del numero di Reynolds, Re, e della scabrezza relativa del condotto. Per *scabrezza relativa* si intende il rapporto fra la scabrezza o rugosità ε del condotto o tubazione ed il diametro equivalente D dello stesso. In funzione della scabrezza relativa e del numero di Reynolds mediante un apposito diagramma, denominato di Moody, si determina il fattore di attrito λ.

$$\lambda = f(\mathrm{Re}, \varepsilon/D)$$

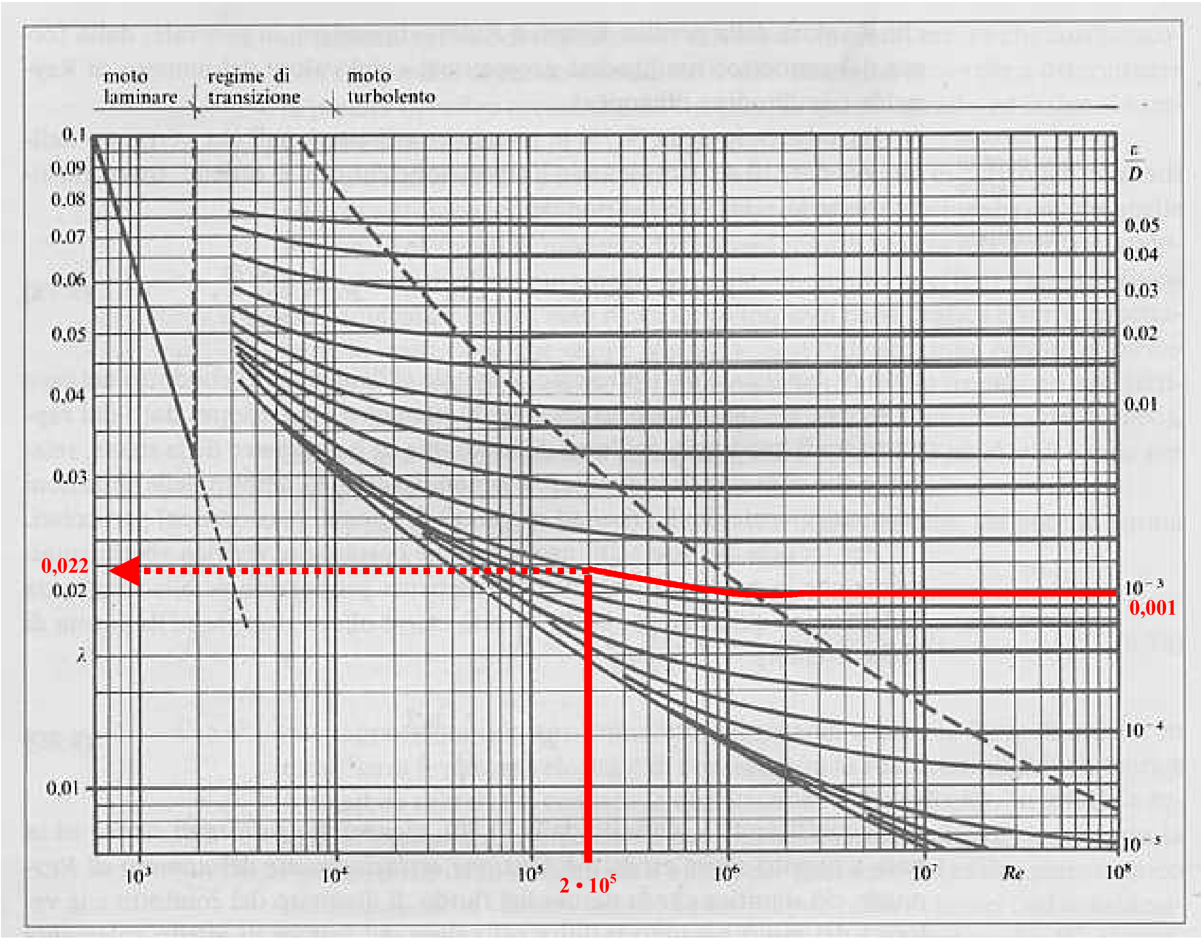


Diagramma di Moody per il calcolo del fattore di attrito in funzione del numero di Reynolds e della scabrezza relativa

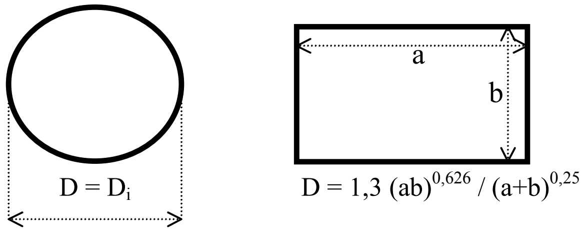
Le perdite di carico distribuite valgono:

$$\mathbf{Rc = \lambda\, \rho\, (l/D)\, (v^2/2)} \qquad \text{(Pa)}$$

dove:

- λ è il fattore di attrito (adimensionale);
- ρ è la densità del fluido (kg/m^3);
- l è la lunghezza del condotto (m);
- v è la velocità media del fluido nel condotto (m/s);

- D è il diametro equivalente del condotto (m); il diametro equivalente coincide con il diametro idraulico, D_i, per condotti a sezione circolare, mentre per condotti a sezione rettangolare è dato dall'espressione: $D = 1{,}3\ (ab)^{0{,}626} / (a+b)^{0{,}25}$ dove a e b sono i lati della sezione del condotto. Con una certa approssimazione: $D = 4(ab)/2(a+b)$.



Le perdite di carico localizzate valgono:

$$\mathbf{Ra} = \lambda\ \rho\ (l_e/D)\ (v^2/2) \quad \text{oppure} \quad \mathbf{Ra} = \rho\beta\ (v^2/2) \qquad \text{(Pa)}$$

dove:

- l_e è la "lunghezza equivalente" (m), definita come la lunghezza di un tratto di condotto rettilineo a sezione costante tale da presentare la stessa caduta di pressione che si verifica nella accidentalità presa in considerazione;
- β è un coefficiente (adimensionale) che viene determinato sperimentalmente per ciascuna tipologia di accidentalità del condotto e che moltiplicato per la pressione dinamica del fluido ($v^2\rho/2$) determina la caduta di pressione che si verifica in corrispondenza dell'accidentalità stessa. Fra il coefficiente β e la lunghezze equivalente l_e sussiste la seguente relazione: $l_e = \beta\ D/\lambda$.

Nella manualistica, in funzione dei più comuni tipi di raccordi o di componenti del sistema di condotte degli impianti di ventilazione e/o climatizzazione, si trovano tabulati sia i coefficienti β che le lunghezze equivalenti l_e.

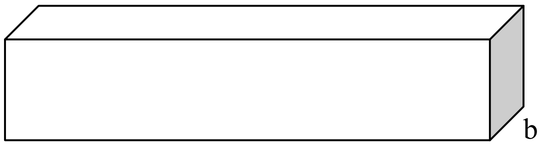
In conclusione le perdite di carico totali R si possono esprimere con la seguente relazione:

$$R = Rc + Ra = \lambda\ (l_e + l)/D \bullet (\rho v^2/2)$$

dove $(l_e + l)$ rappresenta la lunghezza equivalente totale del condotto.

<u>Esempio di calcolo delle perdite di carico</u>

Alla pressione atmosferica una portata d'aria in volume $Q_V = 5000\ m^3/h$ alla temperatura t = 25°C scorre in un condotto a sezione rettangolare di lunghezza l = 25 m e di lati a= 70 cm e b = 25 cm. Il volume specifico dell'aria è 0,84 m^3/kg ed il suo coefficiente di viscosità cinematica $\nu = 15{,}7 \bullet 10^{-6}\ m^2/s$. La scabrezza relativa ε/D del condotto preso in considerazione è pari a 0,001. Calcolare le perdite di carico distribuite Rc.



a = 70 cm

b = 25 cm

l = 25m

Sappiamo che le perdite di carico distribuite si esprimono con la relazione:

$$Rc = \lambda \, \rho \, (l/D) \, (v^2/2)$$

Potendo assumere che il regime di moto sia stazionario e che il fluido sia incomprimibile, dall'equazione di continuità possiamo ricavare il valore della velocità media v:

$$v = Q_V / S = Q_V / (a \bullet b)$$

Trasformiamo la portata da m^3/h a m^3/s :

$$Q_V = 5000 \ m^3/h = 5000 \ m^3/h \bullet (1h/3600s) = 1{,}39 \ m^3/s$$

Trasformiamo le dimensioni della sezione del condotto da cm a m

a = 70 cm = 0,7 m

b = 25 cm = 0,25 m

$$v = (1{,}39 \ m^3/s) / (0{,}7m \bullet 0{,}25m) = 7{,}9 \ m/s$$

$$D = 1{,}3 \ (ab)^{0{,}626} / (a+b)^{0{,}25} = 1{,}3 \ (0{,}7 \bullet 0{,}25)^{0{,}626} / (0{,}7+0{,}25)^{0{,}25} = 0{,}4m$$

Calcoliamo ora il numero di Reynolds, Re:

$$Re = v \, D/\nu = [(7{,}9 \ m/s) \bullet (0{,}4m)]/(15{,}7 \bullet 10^{-6} \ m^2/s) = 2 \bullet 10^5$$

Il numero di Reynolds è un raggruppamento adimensionale come si può facilmente dimostrare analizzando le unità di misura dei parametri che lo determinano: $(m/s \bullet m) / m^2/s$.

Con il valore del numero di Reynolds e con ε/D si entra nel diagramma di Moody e si determina il valore del fattore di attrito λ. In questo caso $\lambda = 0{,}022$.

Possiamo ora calcolare le perdite di carico Rc, ricordando che la densità è uguale al reciproco del volume specifico:

$$Rc = (1/0{,}84 m^3/kg) \bullet 0{,}022 \ (25m/0{,}4m) \bullet [(7{,}9^2/2) \ m^2/s^2] = 51{,}06 \ Pa$$

Bibliografia di riferimento:

Cocchi, "*Elementi di Termofisica Generale e Applicata*", Ed. Esculapio, Bologna 1990

Çengel Y. A., "*Termodinamica e trasmissione del calore*", McGraw-Hill, Milano, 1998